

# Messung und Deutung extrem hoher Rauschtemperaturen von Siliciumdioden im Durchbruchbereich.

Von H. MELCHIOR und M. J. O. STRUTT

Institut für Höhere Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

(Z. Naturforschg. **19 a**, 563—572 [1964]; eingegangen am 30. Dezember 1963)

Herrn Professor Dr. E. JUSTI zum 60. Geburtstag gewidmet

Semiconductor-diodes operated in the breakdown region show large noise fluctuations. The noise fluctuations associated with the onset of astable burning microplasmas are well known. The noise spectral density for such statistical switching microplasma pulses has been calculated and agrees with measured values. ZENER-diodes, in which internal field emission is the cause of the breakdown or ZENER-diodes with stable burning microplasmas, the so-called avalanches diodes, show large noise fluctuations too. These spontaneous fluctuations of voltage and current can be explained by the thermal fluctuations of the breakdown-carriers heated up by the high field in the transition region of a p-n junction. ZENER-diodes break down by internal field emission, when the measured noise temperature does not exceed about 18 000 °K. In this case the equivalent noise temperature grows proportional to the square root of the breakdown current. When the noise temperature of the breakdown is higher than about 18 000 °K, the carriers have sufficient energy to produce electron-hole pairs by ionization. The stable parts of breakdown characteristics with noise temperatures above about 18 000 °K show avalanche behavior. Often microplasma switching noise is observed. In the stable burning parts of avalanche breakdown characteristics, noise temperatures as high as 10<sup>5</sup> to 10<sup>7</sup> °K are measured. These high noise temperatures can not be fully explained by thermally heated carriers in the breakdown region. It is believed that fluctuations of the ionization breakdown contribute to these noise temperatures.

Im Bereich des primären Durchbruchs weisen Halbleiterdioden starkes Rauschen auf und zeigen zum Teil Instabilitäten im Verlauf ihrer Durchbruchkennlinien<sup>1-10</sup>. Die Ursachen dieses großen Rauschens sind erst teilweise bekannt. Instabile Bereiche im Verlauf der Durchbruchkennlinie treten auf, wenn einzelne Durchbruchkanäle, die sog. Mikroplasmen<sup>3</sup>, bei ihrem Einsatzzpunkt in statistischer Folge ein- und ausschalten<sup>4</sup>. Die dabei beobachteten Strom- und Spannungsimpulse sind in ihrer Amplitude und Anzahl abhängig vom Arbeitspunkt<sup>9</sup> und von der äußeren Belastung der Diode<sup>11</sup>. Allfällige Wärme-, Licht- und Teilcheneinstrahlungen haben einen Einfluß auf die Schalthäufigkeit dieser Mikroplasmen<sup>11-14</sup>. Das Frequenzspektrum der bei ihrem Einsatzzpunkt in statistischer Folge ein- und ausschaltenden Durchbruchkanäle macht sich als starkes Rauschen bemerkbar. Für das auf die Bandbreite  $\Delta f$  bezogene Rauschspektrum dieser Schaltvorgänge gilt

bei konstant gehaltener Durchbruchspannung nach CHAMPLIN<sup>5</sup>:

$$\frac{\overline{i_p^2}}{\Delta f} = 4 I_{MP}^2 \frac{\sigma^2 \tau^2}{(\sigma + \tau)^3} \frac{1}{1 + 4 \pi^2 f^2 [\sigma \tau / (\sigma + \tau)]^2}, \quad (1)$$

$\sigma$  und  $\tau$  bedeuten die mittleren Brenn- und Totzeiten des Entladeimpulses  $I_{MP}$ .

Mit Hilfe dieser Gleichung und einiger Erweiterungen<sup>9, 10</sup> kann das Rauschen von instabil ein- und ausschaltenden Mikroplasmen befriedigend erfaßt werden.

Meist wird im Schrifttum nur auf dieses Rauschen, das mit dem instabilen Ein- und Ausschalten von einzelnen Durchbruchkanälen verbunden ist, hingewiesen<sup>10</sup>. Halbleiterdioden rauschen aber auch sehr stark in den *stabil* brennenden Teilen ihrer Durchbruchkennlinien<sup>7, 8</sup>. STÖHR<sup>8</sup> gibt breitbandig gemessene Rauschspannungen in Abhängigkeit vom Durchbruchstrom an für verschiedene ZENER-Dioden. Er gelangt dabei zu den folgenden Feststellungen.

<sup>1</sup> G. L. PEARSON u. B. SAWYER, Proc. I. R. E. **40**, 1348 [1952].

<sup>2</sup> K. G. McKAY, Phys. Rev. **94**, 877 [1954].

<sup>3</sup> D. S. ROSE, Phys. Rev. **105**, 413 [1957].

<sup>4</sup> B. SENETZKY u. J. L. MOLL, Phys. Rev. **110**, 612 [1958].

<sup>5</sup> K. S. CHAMPLIN, J. Appl. Phys. **30**, 1039 [1959].

<sup>6</sup> A. G. CHYNOWETH u. K. G. McKAY, J. Appl. Phys. **30**, 1811 [1959].

<sup>7</sup> Motorola, Inc., Silicon Zener Diode and Rectifier Handbook, 2. Aufl. 1961, S. 28.

<sup>8</sup> H. J. STÖHR, Rohde u. Schwarz Mitt. **16**, 51 [1961].

<sup>9</sup> R. J. MCINTYRE, J. Appl. Phys. **32**, 983 [1961].

<sup>10</sup> R. H. HAITZ u. A. GOETZBERGER, Solid-State Electron. **6**, 678 [1963].

<sup>11</sup> R. H. HAITZ, A. GOETZBERGER, R. M. SCARLETT u. W. SHOCKLEY, J. Appl. Phys. **34**, 1581 [1963].

<sup>12</sup> I. RUGE, Z. Naturforschg. **16 a**, 1398 [1961].

<sup>13</sup> R. H. HAITZ, Bull. Amer. Phys. Soc. **7**, 536 [1962].

<sup>14</sup> I. RUGE u. G. KEIL, J. Appl. Phys. **34**, 3306 [1963].

Der Verlauf der Rauschspannung in Abhängigkeit vom Durchbruchstrom ist bei mehreren Exemplaren des gleichen Diodentyps völlig verschieden. Die Rauschspannungskurve eines Exemplars hingegen ist reproduzierbar. Mit wachsendem Durchbruchstrom nimmt die Amplitude der Hüllkurve der Rauschspannungshöcker ab.

In der vorliegenden Arbeit und auch in einer weiteren Arbeit der gleichen Autoren<sup>15</sup> werden schmalbandig, bei verschiedenen Frequenzen (20 Hz bis 30 MHz) durchgeführte Rauschmessungen an Siliciumdioden im Durchbruchbereich beschrieben. Aus der Messung des differentiellen Widerstandes, der Sperrschichtkapazität und aus Rauschmessungen werden Kleinsignal-Ersatzschaltbilder mit Rauschquellen für ZENER-Dioden im Durchbruchgebiet bestimmt. Weitere Messungen, wie die Aufnahme der statischen Durchbruchkennlinie bei verschiedenen Meßtemperaturen, ermöglichen es, genauere Angaben über die Art des Durchbruches in einer bestimmten Diode zu machen. Es können Durchbruchkennlinien in Halbleiterdioden festgestellt werden, die auf Feldemission, Stoßionisation oder auf der Ausbildung von instabil ein- und ausschaltenden Mikroplasmen beruhen. Das experimentell ermittelte Rauschen, welches diesen verschiedenen Durchbruchtypen zugeordnet ist, wird angegeben. Teilweise kann die gemessene Abhängigkeit des mittleren Rauschstromquadrates vom Durchbruchstrom durch empirisch ermittelte Funktionen beschrieben werden. In ZENER-Dioden mit Durchbrüchen, welche auf Feldemission beruhen, ist das Rauschen vorwiegend thermischen Ursprungs. Im hohen elektrischen Feld der durchbrechenden Sperrschicht werden die Stromträger beschleunigt und aufgeheizt. Die thermischen Schwankungen dieser heißen Ladungsträger machen sich als starkes Rauschen bemerkbar. Experimentell werden in stabil brennenden Bereichen der Durchbruchkennlinie äquivalente Rauschtemperaturen bis  $10^7$  °K festgestellt.

Diese hohen Rauschtemperaturen können aber nicht ausschließlich von den im hohen elektrischen Feld der Sperrschicht aufgeheizten Ladungsträgern herrühren. Auch Schwankungen des Lawinendurchbruches werden zu diesen hohen Rauschtemperaturen beitragen.

## 1. Rauschersatzschaltbilder und Meßverfahren

Das Rauschen einer Halbleiterdiode im Durchbruchgebiet kann mit Hilfe eines Kleinsignal-Ersatzschaltbildes (Abb. 1 a und 1 b) beschrieben werden. In einem Gleichstromarbeitspunkt ( $I$ ,  $U$ ) setzt sich dieses Ersatzschaltbild zusammen aus dem differentiellen Diodenwiderstand  $R_D(I)$ , der Sperrschichtkapazität  $C_S(U)$  und einer Rauschspannungs-  $u_r^2$  oder Rauschstromquelle  $i_r^2$ .

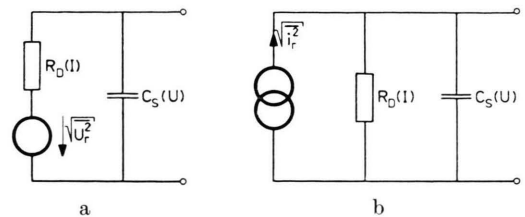


Abb. 1. Kleinsignal-Ersatzschaltbilder einer Halbleiterdiode im Durchbruchgebiet. 1 a: Rauschen durch Rauschspannungsquelle dargestellt. 1 b: Rauschen durch Rauschstromquelle dargestellt.

Aus der Kapazitätsmessung auf einer Kapazitätsmeßbrücke ist ersichtlich, daß das jeweils im Sperrgebiet bestimmte Gesetz für den Verlauf der Sperrschichtkapazität  $C_S(U)$  auch im Durchbruchbereich einer Halbleiterdiode erhalten bleibt. Daraus kann geschlossen werden, daß sich die Ladungs- und Feldverteilung innerhalb der Sperrschicht beim Fließen des Durchbruchstromes nicht wesentlich, d. h. über der ganzen Sperrschichtfläche, verändert.

Mit den in<sup>16</sup> und<sup>17</sup> beschriebenen Rauschmeßapparaturen wird in einem schmalen Frequenzband  $\Delta f$  um eine Meßfrequenz  $f$  herum die über einem Meßobjekt auftretende mittlere Spannungsschwankung  $u_1^2$  quadratisch angezeigt. Das auf 1 Hz Bandbreite bezogene Rauschspannungsquadrat  $\overline{u_r^2}/\Delta f$  einer an einer hochohmigen Quelle im Durchbruchgebiet betriebenen Diode kann mit diesen Rauschmeßanlagen experimentell bestimmt werden:

$$\frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f} = \frac{u_1^2}{\Delta f} - \frac{\overline{u_{\text{Eigen}}^2}}{\Delta f} \quad (2)$$

Das Eigenrauschen  $\overline{u_{\text{Eigen}}^2}/\Delta f$  bei kurzgeschlossenem Eingang des Meßverstärkers ist dabei vom gemessenen Rauschen  $u_1^2/\Delta f$  bei angeschlossener Diode zu subtrahieren.

<sup>15</sup> H. MELCHIOR u. M. J. O. STRUTT, *Scientia Electrica* **9**, 129 [1963].

<sup>16</sup> G. A. SPESCHA, Diss. Eidg. Techn. Hochschule, Zürich, 1959, Prom. Nr. 2952.

<sup>17</sup> B. SCHNEIDER, Diss. Eidg. Techn. Hochschule, Zürich, 1960, Prom. Nr. 2985.

Wird die Diode über eine Koppelkapazität mit einem kleinen Lastwiderstand  $R_L$  ( $\ll R_D$ ) stark belastet, so kann aus der über dem Widerstand  $R_L$  gemessenen Rauschspannung  $\overline{u_1^2}$  die auf 1 Hz Bandbreite bezogene Rauschstromquelle der Diode ermittelt werden:

$$\frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} = \left( \frac{\overline{u_1^2}}{\Delta f} - \frac{\overline{u_{\text{Eigen}}^2}}{\Delta f} - \frac{\overline{u_{RL}^2}}{\Delta f} \right) / R_L^2 \quad (3)$$

$\overline{u_{RL}^2}/\Delta f$  ist der Rauschanteil des Lastwiderstandes  $R_L$ .

Es gibt verschiedene Methoden zur Bestimmung des differentiellen Widerstandes  $R_D$  einer Halbleiterdiode. Einmal kann er aus der Ableitung der statischen Strom-Spannungs-Kennlinie oder aus Leitwert- oder Widerstandsmessungen mit einer Meßbrücke bestimmt werden. Er ist aber auch aus Rauschmessungen zu erhalten. Die an Halbleiterdioden in den stabilen Bereichen des primären Durchbruches gemessenen Rauschspannungen und Rauschströme hängen über den differentiellen Widerstand  $R_D$  der Diode zusammen<sup>15</sup>:

$$\frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f} = R_D^2 \frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} \quad (4)$$

Aus den gemessenen Rauschspannungen und Rauschströmen kann daher nach dieser Gl. (4) der differentielle Widerstand  $R_D$  der Diode ermittelt werden.

Für die stabil brennenden Teile der Durchbruchkennlinie stimmen die bei verschiedenen Diodenbelastungen ermittelten Rauschströme und Rauschspannungen und der differentielle Diodenwiderstand überein. In den instabilen Kennliniengengebieten hingegen ist die Größe der Rauschquellen und des differentiellen Diodenwiderstandes abhängig von der äußeren Lastimpedanz über der Diode<sup>15</sup>. Dies rührt davon her, daß das Ein- und Ausschalten der instabil einsetzenden Mikroplasmakanäle von den äußeren Schaltelementen über der Diode abhängig ist.

In den stabil brennenden Bereichen der Durchbruchkennlinie ist die Rauschstrom- oder Rauschspannungsquelle formal darstellbar durch das thermische Rauschen des differentiellen Diodenwiderstandes  $R_D$  mit der äquivalenten Rauschtemperatur

$$T_{\text{aeq}} = \frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f} \frac{1}{4kR_D} = \frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} \frac{R_D}{4k}, \quad (5)$$

$k$  ist die BOLTZMANN-Konstante.

Die in diesem Abschnitt angegebenen Methoden zur Bestimmung der Rauschstrom- und Rauschspannungsquellen einer Diode im Durchbruchbereich gelten in der angegebenen Form für Meßfrequenzen, die nicht so hoch gewählt sind, daß sich der Einfluß der Sperrschichtkapazität bemerkbar macht (Abb. 1). Für hohe Frequenzen sind in früheren Arbeiten Gleichungen für das mittlere Rauschstromquadrat von Ge- und von Si-Dioden angegeben und im Nicht-Durchbruchbereich in guter Übereinstimmung mit Messungen befunden worden<sup>18-20</sup>.

## 2. Meßergebnisse und Deutungsversuche

Halbleiterdioden rauschen im Durchbruchgebiet in den meisten Fällen viel stärker, als nach dem Stromrauschen  $\overline{i_r^2}/\Delta f = 2qI$  ( $q$  Betrag der Elektronenladung) des Durchbruchstromes oder nach dem thermischen Rauschen  $\overline{u_r^2}/\Delta f = 4kTR_D$  des differentiellen Diodenwiderstandes  $R_D$  mit der Meßtemperatur  $T$  zu erwarten wäre. Zudem ergeben sich aus den Messungen andere Stromabhängigkeiten des Rauschens, als nach diesen Gleichungen zu erwarten wäre. Diese Rauschursachen und auch das Rekombinations-Generations-Rauschen<sup>19</sup> reichen nicht aus zur Erklärung des Rauschens von Halbleiterdioden im Durchbruchgebiet.

Im folgenden geben wir die Gleichstromkennlinien, die differentiellen Widerstände und zugehörigen Rauschmessungen für einzelne ZENER-Dioden. Es wird versucht, die Rauschursachen für die verschiedenen beobachteten Durchbruchtypen anzugeben.

### 2.1. Durchbruch infolge Feldemission

Halbleiterdioden, die bei kleinen Spannungen in Rückwärtsrichtung durchbrechen, zeigen mit wachsender Spannung sanft ansteigende Durchbruchströme<sup>21, 22</sup>. Der Durchbruch in diesen Halbleitersperrschichten erfolgt durch innere Feldemission von Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband<sup>21</sup>. Aus der Lichtemission von solchen speziell präparierten Dioden<sup>11, 21</sup> ist ersichtlich, daß der Durchbruch durch eine große Zahl von parallelgeschalteten Feld-

<sup>15</sup> W. GUGGENBUHL u. M. J. O. STRUTT, Proc. I. R. E. **45**, 839 [1957].

<sup>16</sup> B. SCHNEIDER u. M. J. O. STRUTT, Proc. I. R. E. **47**, 546 [1959].

<sup>20</sup> B. SCHNEIDER u. M. J. O. STRUTT, Proc. I. R. E. **48**, 1731 [1960].

<sup>21</sup> A. G. CHYNOWETH u. K. G. MCKAY, Phys. Rev. **106**, 418 [1957].

<sup>22</sup> W. GUGGENBUHL, M. J. O. STRUTT u. W. WUNDERLIN, Halbleiterbauelemente I, Halbleiter und Halbleiterdioden, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1962.

emissionskanälen erfolgt. Im Gegensatz zu den Mikroplasma<sup>3</sup> führen diese Feldemissionskanäle nur kleine Ströme ( $< 10 \mu\text{A}$ ). Nimmt die Zahl der parallelgeschalteten Entladungskanäle exponentiell mit wachsender Durchbruchspannung  $U$  zu, dann gilt für den Durchbruchstrom nach SHOCKLEY<sup>23</sup> eine Gleichung der Form:

$$I = I_0 \exp(U/U_0), \quad (6)$$

$I_0$  und  $U_0$  sind Konstanten, welche aus der gemessenen Gleichstromkennlinie zu bestimmen sind.

Die Silicium-ZENER-Diode BZY 64 mit einem abrupten, unsymmetrisch dotierten Sperrschichtübergang zeigt bis zu recht großen Durchbruchströmen

ein dieser Gl. (6) folgendes Verhalten (Abb. 2). Bei einer Meßtemperatur von  $T = 24^\circ\text{C}$  gilt für diese Diode die experimentell ermittelte Gleichstromkennlinie

$$I = (1 \text{ mA}) \exp\left(\frac{U - 4,33 \text{ V}}{350 \text{ mV}}\right) \quad (7)$$

bis zu einem Strom von etwa  $I = 4 \text{ mA}$ . Bei einer Meßtemperatur  $T = 124^\circ\text{C}$  gilt die experimentell ermittelte Gleichstromkennlinie

$$I = (1 \text{ mA}) \exp\left(\frac{U - 4,15 \text{ V}}{350 \text{ mV}}\right) \quad (8)$$

bis zu einem Durchbruchstrom von etwa  $I = 10 \text{ mA}$ . Diese Kennlinien zeigen die für Feldemission typi-

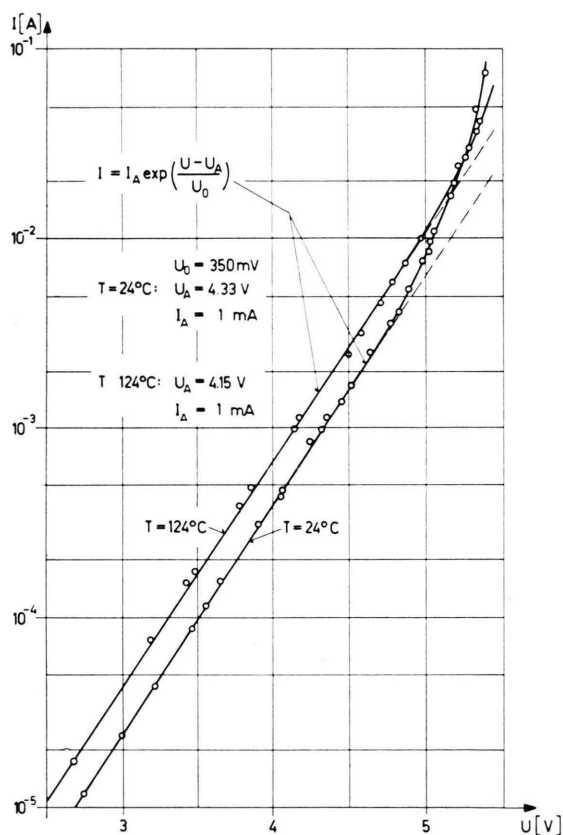


Abb. 2. Gleichstromkennlinie  $\ln I(U)$  einer ZENER-Diode BZY 64 bei verschiedenen Meßtemperaturen  $T$ .

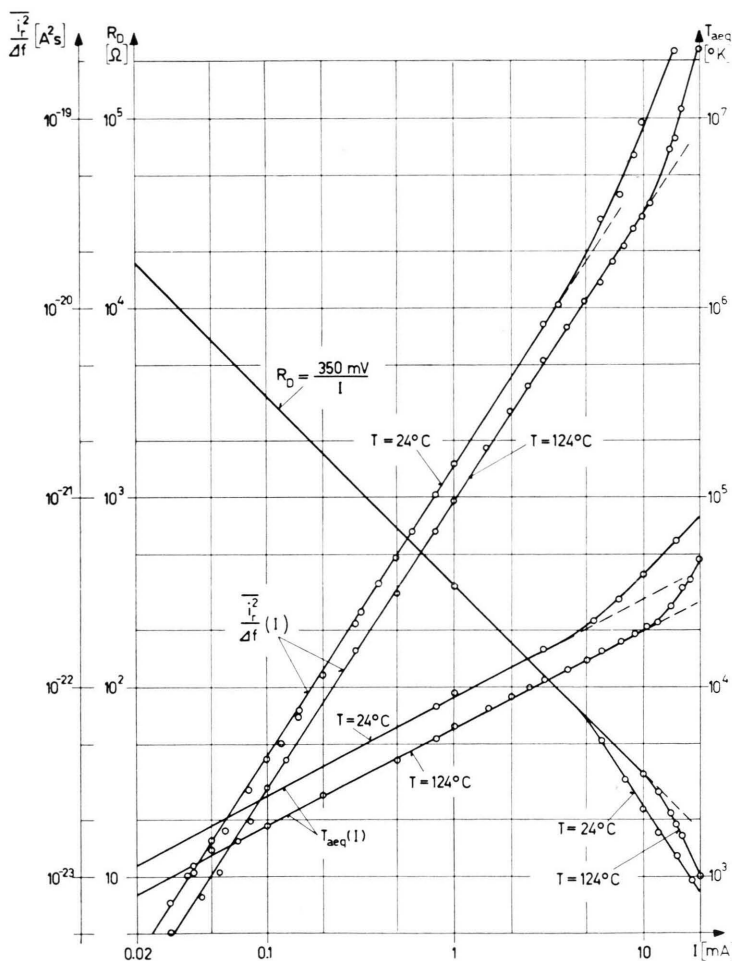


Abb. 3. ZENER-Diode BZY 64 bei Meßtemperaturen von  $T = 24^\circ\text{C}$  und  $T = 124^\circ\text{C}$ . Differentieller Widerstand  $R_D(I)$ , Rauschstromquadrat  $i_r^2(I)/\Delta f$ , Meßfrequenzen  $f = 29,4 \text{ kHz}$  und  $96,9 \text{ kHz}$  mit effektiven Bandbreiten  $\Delta f$  von  $950 \text{ Hz}$  und  $5,6 \text{ kHz}$ . Äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}}(I)$ .

<sup>23</sup> W. SHOCKLEY, Solid-State Electron. **2**, 35 [1961].



sche Temperaturabhängigkeit. Mit wachsender Meßtemperatur nimmt bei konstant gehaltenem Diodenstrom die Durchbruchspannung ab. Der Temperaturkoeffizient der Durchbruchspannung bei konstantem Durchbruchstrom beträgt für diese Diode etwa  $-2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ .

Der differentielle Widerstand der Diode BZY 64 folgt im Feldemissionsbereich ( $I \leq 4 \text{ mA}$  bei  $T = 24^\circ\text{C}$  und  $I \leq 10 \text{ mA}$  bei  $T = 124^\circ\text{C}$ ) praktisch temperaturunabhängig dem Gesetz (Abb. 3)

$$R_D = \frac{U_0}{I} = \frac{350 \text{ mV}}{I}. \quad (9)$$

Die bei stark belasteter Diode experimentell ermittelten Rauschströme steigen im Feldemissionsbereich nach einem Potenzgesetz mit dem Durchbruchstrom an (Abb. 3).

$$T = 24^\circ\text{C}: \frac{\bar{i}_r^2}{\Delta f} = (1,45 \cdot 10^{-21} \text{ A}^2 \text{ s}) \left( \frac{I}{1 \text{ mA}} \right)^{1,5} \quad \text{für } I \leq 4 \text{ mA}, \quad (10)$$

$$T = 124^\circ\text{C}: \frac{\bar{i}_r^2}{\Delta f} = (9,6 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s}) \left( \frac{I}{1 \text{ mA}} \right)^{1,5} \quad \text{für } I \leq 10 \text{ mA}. \quad (11)$$

Dieses Rauschen ist frequenzunabhängig zwischen etwa 200 Hz und 500 kHz. Bei tiefen Frequenzen macht sich ein  $1/f$ -Rauschen bemerkbar. Bei hohen Frequenzen bewirkt die Sperrschichtkapazität  $C_S$  eine Verminderung der gemessenen Rauschspannungsquadrate.

Die aus dem Rauschstromquadrat pro Hz Bandbreite [Gln. (10) und (11)] und dem differentiellen Diodenwiderstand [Gl. (9)] berechnete äquivalente Rauschtemperatur steigt mit der Wurzel des Durchbruchstromes an:

$$T = 24^\circ\text{C}: T_{\text{aeq}} = (9,2 \cdot 10^3 \text{ K}) \left( \frac{I}{1 \text{ mA}} \right)^{1/2} \quad \text{für } I \leq 4 \text{ mA}, \quad (12)$$

$$T = 124^\circ\text{C}: T_{\text{aeq}} = (6,1 \cdot 10^3 \text{ K}) \left( \frac{I}{1 \text{ mA}} \right)^{1/2} \quad \text{für } I \leq 10 \text{ mA}. \quad (13)$$

Mit zunehmender Meßtemperatur  $T$  wird das gemessene Rauschstromquadrat und die äquivalente Rauschtemperatur kleiner. Die Abhängigkeit der äquivalenten Rauschtemperatur von der Durchbruchspannung ergibt sich aus den Gln. (7), (8) und (12), (13) für das Feldemissionsgebiet.

$$T = 24^\circ\text{C}: T_{\text{aeq}} = (9,2 \cdot 10^3 \text{ K}) \exp \left( \frac{U - 4,33 \text{ V}}{700 \text{ mV}} \right) \quad \text{für } U \leq 4,8 \text{ V}, \quad (14)$$

$$T = 124^\circ\text{C}: T_{\text{aeq}} = (6,1 \cdot 10^3 \text{ K}) \exp \left( \frac{U - 4,15 \text{ V}}{700 \text{ mV}} \right) \quad \text{für } U \leq 5 \text{ V} \quad (15)$$

oder, wenn die Messung bei  $T = 124^\circ\text{C}$  auf die gleiche Spannung  $U_A = 4,33 \text{ V}$  bezogen wird, wie die Messung bei  $24^\circ\text{C}$ :

$$T = 124^\circ\text{C}: T_{\text{aeq}} = (7,9 \cdot 10^3 \text{ K}) \exp \left( \frac{U - 4,33 \text{ V}}{700 \text{ mV}} \right) \quad \text{für } U \leq 5 \text{ V}. \quad (15 \text{ a})$$

Oberhalb der angeführten Grenzströme ( $I = 4 \text{ mA}$  bei  $T = 24^\circ\text{C}$  und  $I = 10 \text{ mA}$  bei  $T = 124^\circ\text{C}$ ) steigt die Durchbruchkennlinie steiler an als im Bereich der kleineren Ströme (Abb. 2). Der Verlauf des differentiellen Widerstandes und des Rauschstromquadrates und damit der äquivalenten Rauschtemperatur (Abb. 3) ändert sich bei diesen großen Durchbruchströmen.

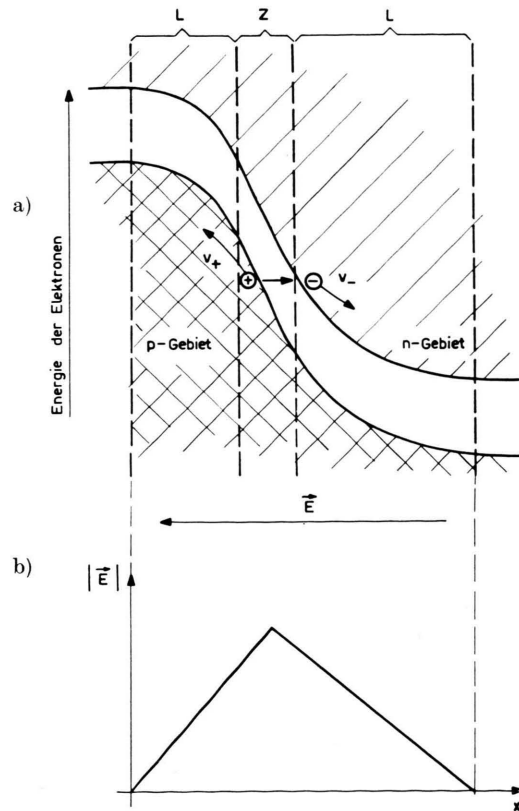


Abb. 4 a. Verlauf der Bandränder in einer p-n-Sperrschicht mit abruptem Dotierungsübergang.  $\vec{E}$  = Richtung der elektrischen Feldstärke. Z = Zentralzone mit Feldemission. L = Laufzonen für in der Zentralzone freigewordene Ladungsträger.

Abb. 4 b. Betrag der elektrischen Feldstärke  $|\vec{E}|$  in der Sperrschicht.

Zur qualitativen Erklärung des Rauschens benötigen wir ein von CHYNOWETH und MCKAY<sup>21</sup> angegebenes Modell für den Feldemissionsdurchbruch in einer Sperrschicht. Der Verlauf der Bandränder und des Betrages der elektrischen Feldstärke in der Feldemissionszone einer Sperrschicht mit abrupter Dotierungsänderung ist in Abb. 4 a und 4 b skizziert. In der Zentralzone der Sperrschicht ist die elektrische Feldstärke  $E$  am größten. Bei wachsender Spannung in Rückwärtsrichtung reicht die elektrische Feldstärke dort zuerst aus zur Feldemission von Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband ( $E = 1,2 \cdot 10^6$  V/cm für Silicium bei  $300^\circ\text{K}$ <sup>21</sup>). Diese ins Leitungsband gehobenen Elektronen und die im Valenzband zurückgelassenen Löcher werden durch das elektrische Feld der Sperrschicht von der Feldemissionszone aus zu den entsprechenden neutralen Majoritätsträgergebieten hin bewegt (Abb. 4 a). Im elektrischen Feld der an die Zentralzone angrenzenden Sperrschichtgebiete werden die Ladungsträger beschleunigt und somit aufgeheizt. Ein Teil der dabei aufgenommenen Energie wird von den Ladungsträgern wieder abgegeben durch Streuung an akustischen und optischen Gitterschwingungen und durch Stöße mit ionisierten Störstellen<sup>24</sup>. Bei homogenem elektrischem Feld würde sich auf diese Art ein Elektronen- (n) und ein Löchergas (p) ergeben, das durch MAXWELL-BOLTMANNsche Geschwindigkeitsverteilungen mit gegenüber der Gittertemperatur  $T$  erhöhten Trägertemperaturen

$$T_{n,p} = \frac{m_{\text{eff};n,p} \langle v_{\text{th};n,p}^2 \rangle}{3k} \quad (16)$$

zu beschreiben ist<sup>24, 25</sup>.  $\langle v_{\text{th};n,p}^2 \rangle$  bedeutet das mittlere thermische Geschwindigkeitsquadrat und  $m_{\text{eff};n,p}$  die effektive Masse der betreffenden Träger. In einer Halbleiter-Sperrschicht finden wir aber kein homogenes elektrisches Feld (Abb. 4 b). Trotzdem können wir den Ladungsträgern in den Laufzonen der Sperrschicht je eine mittlere Trägertemperatur zuordnen. Wenn die Ladungsträger eine von der MAXWELL-BOLTMANNschen Geschwindigkeitsverteilung nur wenig abweichende Geschwindigkeitsverteilung aufweisen, sind diese mittleren Ladungsträgertemperaturen gleich den äquivalenten Rauschtemperaturen der differentiellen Widerstände der betreffenden Laufzonen. In Abb. 5 ist das Ersatzschaltbild für einen solchen Durchbruchkanal aufgezeichnet. Dieser Kanal weist

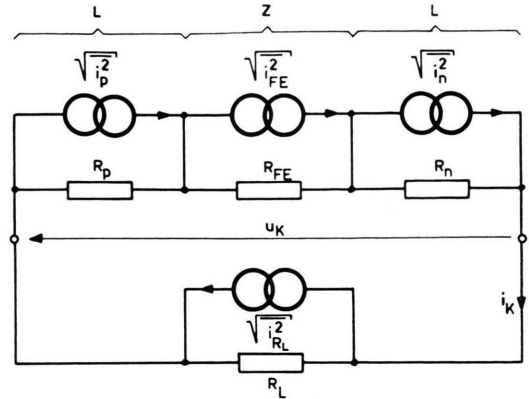


Abb. 5. Ersatzschaltbild für rauschenden Feldemissionskanal durch Halbleiter-Sperrschicht, belastet mit Lastwiderstand  $R_L$ . Z: Zentralzone mit Feldemission. L: Trägerlaufzonen.

Feldemission in der Zentralzone Z auf und besitzt zwei Trägerlaufzonen L. Die differentiellen Widerstände  $R_n$  und  $R_p$  der Laufzonen rauschen wie

$$\overline{i_n^2}/\Delta f = 4kT_{\text{aeq},n}/R_n \quad (17)$$

und

$$\overline{i_p^2}/\Delta f = 4kT_{\text{aeq},p}/R_p \quad (18)$$

Die Zentralzone Z weist einen relativ kleinen differentiellen Widerstand  $R_{FE}$  auf, da die innere Feldemission stark feld- bzw. spannungsabhängig ist. Da die durch Feldemission befreiten Ladungsträger aus einer großen Zahl von festgebundenen Trägern statistisch ausgesucht werden, ist anzunehmen, daß die Zentralzone rauscht wie

$$\overline{i_{FE}^2}/\Delta f = 2qI \quad (19)$$

Für das Rauschstromquadrat  $\overline{i_k^2}$ , welches im Lastwiderstand  $R_L$  über einem solchen Durchbruchkanal fließt, ergibt sich nach Abb. 5:

$$\overline{i_k^2} = \frac{\overline{i_{FE}^2} R_{FE}^2 + \overline{i_p^2} R_p^2 + \overline{i_n^2} R_n^2}{(R_{FE} + R_p + R_n + R_L)^2} + \overline{i_{RL}^2} \left( \frac{R_{FE} + R_n + R_p}{R_{FE} + R_n + R_p + R_L} \right)^2 \quad (20)$$

Als Rauschen einer ZENER-Diode messen wir aber nicht das Rauschen eines einzelnen Feldemissionskanals, sondern das Rauschen einer großen Zahl von parallelgeschalteten Kanälen. Nehmen wir der Einfachheit halber an, daß  $N$  Kanäle mit dem differentiellen Widerstand  $R_K = R_{FE} + R_p + R_n$  parallelgeschaltet seien. Das Rauschstromquadrat bei kurzgeschlossenem Ausgang der ZENER-Diode ( $R_L \rightarrow 0$ ) ergibt sich dann als Summe der einzelnen Rauschstromquadrate zu

$$\overline{i_r^2} = N \overline{i_k^2} \quad (21)$$

<sup>24</sup> M. SANCHEZ, Solid-State Electron, **6**, 183 [1963].

<sup>25</sup> E. ERLBACH u. J. B. GUNN, Phys. Rev., Letters **8**, 280 [1962].

Die äquivalente Rauschtemperatur

$$T_{\text{aeq}} = \frac{i_r^2}{\Delta f} \cdot \frac{R_D}{4k} \quad (22)$$

der ZENER-Diode wird damit genau so groß wie die äquivalente Rauschtemperatur eines einzelnen Entladekanals

$$T_{\text{aeq, k}} = \frac{i_k^2}{\Delta f} \cdot \frac{R_K}{4k} \quad (23)$$

Dies folgt aus  $R_D = R_K/N$  und aus Gl. (21).

Für eine unsymmetrisch dotierte ZENER-Diode ( $R_p \ll R_n$ ) mit einem kleinen differentiellen Widerstand  $R_{FE}$  der Feldemissionszone ist die gemessene äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}}$  gleich der mittleren Trägertemperatur  $T_n$  der Elektronen in der Laufzone eines Entladekanals. Für diesen Fall soll die minimale Trägertemperatur berechnet werden, welche notwendig ist, damit die Elektronen in der Trägerlaufzone Stoßionisation erzeugen können. Für Stoßionisation durch Elektronen in Silicium geben CHYNOWETH und MCKAY<sup>21</sup> eine minimale Energie von 2,3 eV an. Wenn die mittlere Energie der Elektronen im Laufgebiet der Sperrschicht diesen Wert erreicht, dann sollte Stoßionisation auftreten. Dies tritt ein bei einer Elektronentemperatur von

$$T_n = \frac{2(2,3 \text{ eV})}{3k} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ °K}. \quad (24)$$

Betrachten wir nun nochmals die Abb. 2 und 3. Bei den verschiedenen Meßtemperaturen stellen wir fest, daß die bei kleinen Durchbruchströmen geltenden Gesetze sich ändern, sobald die experimentell ermittelten Rauschtemperaturen den Wert von  $1,8$  bis  $2 \cdot 10^4 \text{ °K}$  überschreiten. Diese Kennlinienänderungen können daher mit dem Einsatz von Stoßionisation bei Elektronen- bzw. Rauschtemperaturen von mehr als  $1,8 \cdot 10^4 \text{ °K}$  in Zusammenhang gebracht werden. Ein weiterer Hinweis darauf, daß im Gebiet mit  $T_{\text{aeq}} > 1,8 \cdot 10^4 \text{ °K}$  wirklich Stoßionisation auftritt, ist dadurch gegeben, daß die Temperaturabhängigkeit der Gleichstromkennlinie sich ändert (Abb. 2). Die bei verschiedenen Temperaturen gemessenen Gleichstromkennlinien überkreuzen sich in diesem Gebiet mit wachsendem Durchbruchstrom. Für große Durchbruchströme nimmt bei konstant gehaltenem Strom die Durchbruchspannung zu mit steigender Meßtemperatur. Dies ist typisch für Stoßionisation<sup>22</sup>.

## 2.2. Durchbruch mit Stoßionisationszonen

In Abb. 6 und 7 sind die Gleichstromkennlinien, differentiellen Widerstände und Rauschmessungen

angegeben für eine Diode vom Typ BZY 68. Bei kleinen Durchbruchströmen folgt die Gleichstromkennlinie dem für viele parallelgeschaltete Feldemissionskanäle geltenden Gesetz:

$$I = I_0 \exp(U/870 \text{ mV}) \quad (\text{Abb. 6}).$$

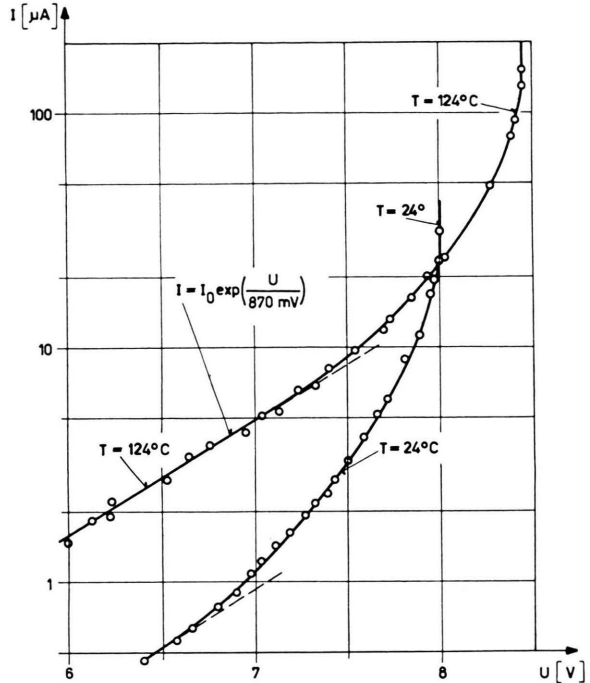


Abb. 6. Gleichstromkennlinie  $\ln I(U)$  einer ZENER-Diode BZY 68 bei verschiedenen Meßtemperaturen  $T$ .

Der differentielle Widerstand verläuft dann wie  $R_D = 870 \text{ mV}/I$  (Abb. 7). Bei einer Meßtemperatur von  $124 \text{ °C}$  gelten diese Gesetze bis zu einem Durchbruchstrom von etwa  $5 \text{ μA}$ . Bei der Raumtemperatur  $T = 24 \text{ °C}$  und kleinen Durchbruchströmen ( $< 1 \text{ μA}$ ) sind diese Kurvenverläufe in Abb. 6 und 7 noch knapp feststellbar. Oberhalb der äquivalenten Rauschtemperatur von  $2 \dots 2,5 \cdot 10^4 \text{ °K}$  ändert sich der Verlauf der Kennlinien. Der Einfluß der Stoßionisation in den Laufgebieten der Sperrschicht macht sich bemerkbar. In diesem Kennlinienbereich kann der gemessene differentielle Widerstand angenähert werden durch (Abb. 7)

$$T = 24 \text{ °C}: R_D = (2,7 \cdot 10^4 \Omega) \left( \frac{10 \text{ μA}}{I} \right)^{1,5} \quad \text{für } 2 \text{ μA} \leq I \leq 20 \text{ μA}, \quad (25)$$

$$T = 124 \text{ °C}: R_D = (7 \cdot 10^4 \Omega) \left( \frac{10 \text{ μA}}{I} \right)^{1,5} \quad \text{für } 9 \text{ μA} \leq I \leq 130 \text{ μA}. \quad (26)$$

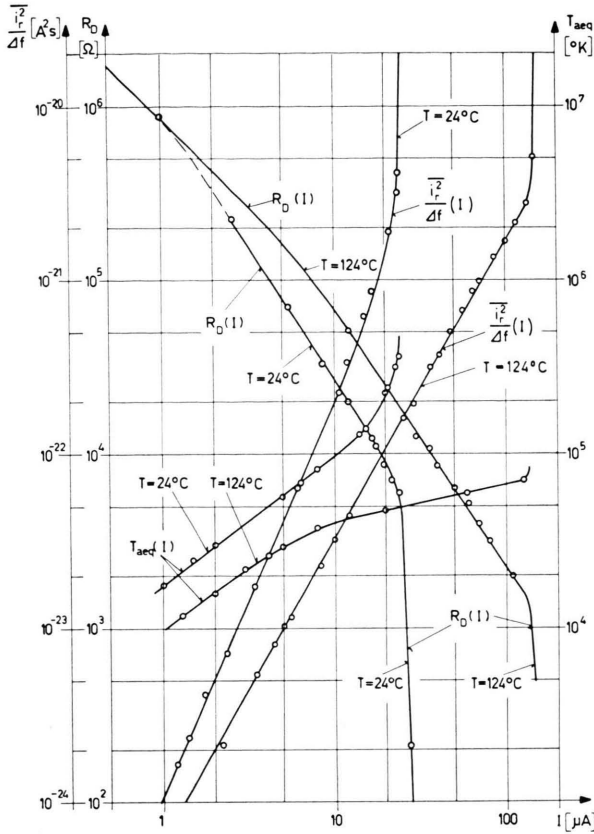


Abb. 7. ZENER-Diode BZY 68 bei Meßtemperaturen von  $T = 24^\circ\text{C}$  und  $T = 124^\circ\text{C}$ . Differentieller Widerstand  $R_D(I)$ . Rauschstromquadrat  $i_r^2(I)/\Delta f$ . Meßfrequenzen  $f = 29,4\text{ kHz}$  und  $96,9\text{ kHz}$  mit effektiven Bandbreiten von  $950\text{ Hz}$  und  $5,6\text{ kHz}$ . Äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}}(I)$ .

Die experimentell ermittelten Rauschstromquadrate verlaufen wie (Abb. 7):

$$T = 24^\circ\text{C}: \frac{i_r^2}{\Delta f} = 1,9 \cdot 10^{-22} (\text{A}^2 \text{s}) \left( \frac{I}{10 \mu\text{A}} \right)^{2,22} \quad \text{für } I \leq 11 \mu\text{A}; \quad (27)$$

$$T = 124^\circ\text{C}: \frac{i_r^2}{\Delta f} = 3,2 \cdot 10^{-23} (\text{A}^2 \text{s}) \left( \frac{I}{10 \mu\text{A}} \right)^{1,71} \quad \text{für } I \leq 130 \mu\text{A}. \quad (28)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Gleichstromkennlinie (Abb. 6) verändert sich mit wachsendem Durchbruchstrom vom Verlauf, welcher für Feldemission typisch ist, zum Verlauf, welcher für Stoßionisation typisch ist. In diesem Kennlinienbereich werden Rauschtemperaturen von  $2,5 \cdot 10^4 - 10^5^\circ\text{K}$  gemessen. Bei größeren Durchbruchströmen ( $I > 24 \mu\text{A}$  bei  $T = 24^\circ\text{C}$  und  $I > 130 \mu\text{A}$  bei  $T = 124^\circ\text{C}$ ) wird in dieser Diode der Einsatz eines Mikroplasmadurch-

bruches beobachtet. Durchbruchstrom und Rauschen steigen stark an beim Einsatz dieses instabil schaltenden Mikroplasmas.

### 2.3. Durchbruch mit instabilen Mikroplasmen

In vielen Halbleiterdioden setzt der Durchbruch direkt ein mit instabil ein- und ausschaltenden Mikroplasmakanälen, ohne daß der Durchbruchstrom vorher merklich ( $< 10^{-8}\text{ A}$ ) ansteigt. Die in den vorhergehenden Abschnitten angeführten Messungen zeigen, daß das Auftreten von Stoßionisation nicht notwendigerweise mit der Ausbildung von instabil ein- und ausschaltenden Mikroplasmen verbunden ist. Hingegen scheint der Einsatz eines Stromimpulses in einem Mikroplasmakanal durch Stoßionisation bedingt zu sein<sup>9, 10</sup>. Das Verlöschen dieser Kanäle soll dann auf ungenügende Stoßionisation im eingeschalteten Zustande zurückzuführen sein. Für solche in statistischer Folge ein- und ausschaltenden Durchbruchkanäle ist das Rauschspektrum nach der in der Einleitung angegebenen Gl. (1) von CHAMPLIN<sup>5</sup> zu berechnen. Mit dem Gleichstrom  $I = I_{\text{MP}} \cdot \sigma / (\sigma + \tau)$  kann die mittlere Brenndauer  $\sigma$  in Gl. (1) eliminiert und das Rauschstromquadrat umgeschrieben werden

$$\frac{i_r^2}{\Delta f} = 4 \tau I_{\text{MP}}^2 \left( \frac{I}{I_{\text{MP}}} \right)^2 \left( 1 - \frac{I}{I_{\text{MP}}} \right) \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2 (I/I_{\text{MP}})^2} \quad (29)$$

Nach<sup>5, 9</sup> und<sup>10</sup> ist die mittlere Brennzzeit  $\sigma$  eines Entladeimpulses viel stärker spannungs- und stromabhängig als der Mikroplasmastrom  $I_{\text{MP}}$  und die mittlere Totzeit  $\tau$  zwischen den einzelnen Impulsen. Demzufolge können  $I_{\text{MP}}$  und  $\tau$  in erster Näherung als konstant angesehen werden bei der Betrachtung der Stromabhängigkeit von Gl. (29). In Abb. 8 wird die Stromabhängigkeit dieser Rauschformel mit dem bei  $23^\circ\text{C}$  gemessenen Rauschen des ersten instabil schaltenden Mikroplasmas einer Si-Diode vom Typ IR 1Z 22 T 10 mit  $U_Z = 18\text{ V}$  verglichen. Das mit  $I_{\text{MP}} = 33 \mu\text{A}$  und  $\tau = 1,25 \mu\text{s}$  nach Gl. (29) eingepaßte Rauschstromquadrat stimmt seinem Verlauf nach gut mit dem experimentell ermittelten Rauschen überein. Für kleine Durchbruchströme  $I \ll I_{\text{MP}}$  wächst dabei das nach Gl. (29) bestimmte und das gemessene Rauschstromquadrat quadratisch mit dem Durchbruchstrom an. Oft wird beim Einsatz von instabil brennenden Entladekanälen ein steilerer Rauschanstieg gemessen als der hier angegebene. Dies hängt damit zusammen, daß  $I_{\text{MP}}$  nicht konstant ist, sondern mit wachsender Durchbruchspannung ansteigt<sup>9</sup>, und daß  $\tau$  sich ebenfalls ändern kann.

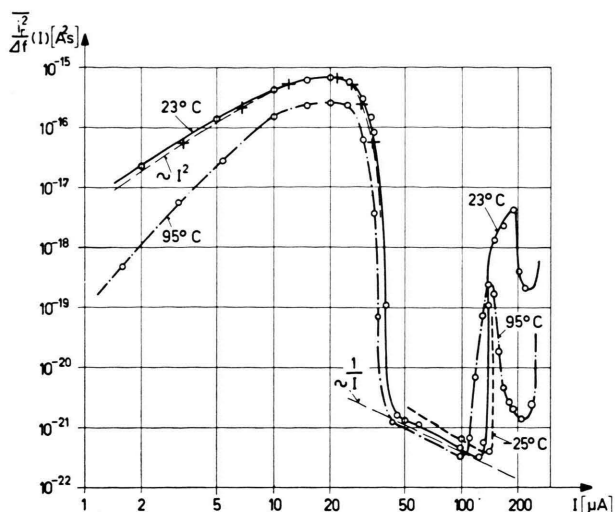


Abb. 8. Rauschspannungsquadrat der Diode IR 1Z 22 T 10 No. 5 mit  $U_Z \approx 18$  V in Abhängigkeit vom Durchbruchstrom bei verschiedenen Meßtemperaturen. Meßfrequenz  $f = 96,6$  kHz, effektive Bandbreite 5,6 kHz. — Messung bei  $T = 23^\circ\text{C}$ , - - - - - Messung bei  $T = 95^\circ\text{C}$ , ····· Messung bei  $T = -25^\circ\text{C}$ , —···· Theoretischer Verlauf bei  $T = 23^\circ\text{C}$  nach Gl. (29).

Das Rauschen der bei höheren Durchbruchströmen zusätzlich instabil einschaltenden Kanäle (Abb. 8) verläuft meist nicht genau nach Gl. (29), da sich die Kanäle gegenseitig belasten und in ihrer Zündhäufigkeit beeinflussen können<sup>14</sup>.

Allgemein kann aber gesagt werden, daß das Rauschen der instabilen Bereiche einer Durchbruchkennlinie nicht vorwiegend thermischen Ursprungs ist, sondern von den statistischen Ein- und Ausschaltvorgängen herrührt.

#### 2.4. Durchbruch mit stabil brennenden Entladekanälen

Führen Mikroplasmen genügend Strom, dann brennen sie stabil, da ihre Löschwahrscheinlichkeit sehr klein wird und schließlich verschwindet<sup>9, 10</sup>. In diesem Fall sinkt das gemessene Rauschen ab, und man mißt schließlich nur noch das Rauschen der stabil brennenden Entladekanäle (Abb. 8). Das erste Mikroplasma der gemessenen Diode vom Typ IR 1Z 22 T 10 brennt ab  $50 \mu\text{A}$  stabil. Es weist dann einen stromunabhängigen differentiellen Widerstand auf, der mit wachsender Meßtemperatur zunimmt:  $T = -25^\circ\text{C}$  ergibt  $R_D = 15,6 \text{ k}\Omega$ ;  $T = +25^\circ\text{C}$  ergibt  $R_D = 17 \text{ k}\Omega$  und  $T = +95^\circ\text{C}$  ergibt  $R_D = 18,3 \text{ k}\Omega$ . Das Rauschstromquadrat des ersten stabil brennenden Mikroplasmas nimmt ab mit wachsendem

Durchbruchstrom und höherwerdender Meßtemperatur (Abb. 8):

$$T = -25^\circ\text{C}: \frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} = 8,5 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s} \left( \frac{100 \mu\text{A}}{I} \right) \quad \text{für } 50 \mu\text{A} \leq I \leq 130 \mu\text{A}, \quad (30)$$

$$T = +23^\circ\text{C}: \frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} = 7,05 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s} \left( \frac{100 \mu\text{A}}{I} \right) \quad \text{für } 50 \mu\text{A} \leq I \leq 110 \mu\text{A}, \quad (31)$$

$$T = +95^\circ\text{C}: \frac{\overline{i_r^2}}{\Delta f} = 6,05 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s} \left( \frac{100 \mu\text{A}}{I} \right) \quad \text{für } 50 \mu\text{A} \leq I \leq 80 \mu\text{A}. \quad (32)$$

Für die verschiedenen Meßtemperaturen kann aus dem differentiellen Widerstand und den gemessenen Rauschspannungsquadraten die äquivalente Rauschtemperatur des Mikroplasmakanals bestimmt werden (Abb. 9). Bei gleichem Durchbruchstrom ergibt sich aus Messungen bei verschiedenen Umgebungstemperaturen  $T$  jeweils praktisch dieselbe äquivalente Rauschtemperatur.

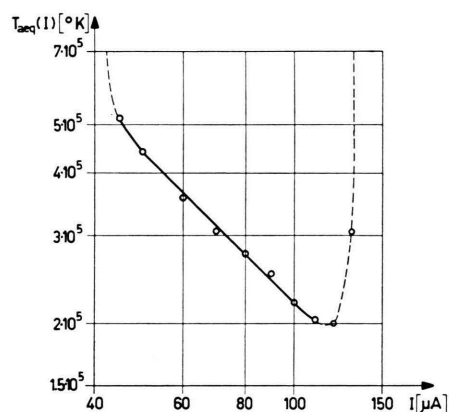


Abb. 9. Äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}} = (\overline{i_r^2}/\Delta f) \cdot (R_D/4k)$  in Abhängigkeit vom Durchbruchstrom für das erste stabil brennende Mikroplasma einer ZENER-Diode des Typs 1Z 22 T 10.

Diese hohen Rauschtemperaturen ( $2 \dots 5 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ ) können von den im elektrischen Feld der Sperrschicht aufgeheizten Ladungsträgern herrühren. In einem solchen Entladungskanal wird die aus dem elektrischen Feld gewonnene Energie der Ladungsträger nicht nur teilweise wieder abgegeben durch Stöße mit dem Gitter und mit ionisierten Störstellen, sondern auch noch durch Stoßionisation<sup>26</sup>. Eine Berechnung der dabei auftretenden Trägertemperaturen ist nicht bekannt und dürfte schwierig sein. Deshalb versuchen wir, eine grobe Abschätzung der Elektro-

<sup>26</sup> G. A. BARAFF, Bull. Amer. Phys. Soc. 7, 536 [1962].

nentemperatur zu erhalten an Hand der Theorie, welche für Germanium im homogenen elektrischen Feld ohne Berücksichtigung der Stoßionisation gilt<sup>21</sup>. Extrapoliert man den aus dieser Theorie berechneten Zusammenhang zwischen Elektronentemperatur  $T_n$  und elektrischer Feldstärke bis zu den in Germaniumsperrschichten bei Stoßionisationsdurchbrüchen auftretenden Feldstärken von  $2,5 \dots 3 \cdot 10^5$  V/cm<sup>27</sup>, so ergibt sich eine Elektronentemperatur von  $6 \cdot 10^5$  °K (s. Anm.<sup>15</sup>). Für Silicium kann angenommen werden, daß ähnlich hohe Trägertemperaturen auftreten. Aus dieser Abschätzung folgt, daß tatsächlich so hohe Trägertemperaturen, wie die gemessenen Rauschtemperaturen, in Durchbruchkanälen von Halbleiterdioden auftreten können.

In den meisten handelsüblichen ZENER-Dioden besteht der Durchbruch aus einer größeren Zahl von parallelgeschalteten Entladekanälen. In Abb. 10 sind der differentielle Widerstand  $R_D$ , das Rauschspannungsquadrat  $\overline{u_r^2}/\Delta f$  und die äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}}$  aufgezeichnet für eine Diode BZZ 13 mit einer Zündspannung  $U_z = 7,3$  V. Der Einsatz der

ersten Mikroplasmen bewirkt ein starkes Rauschen. Bei höheren Durchbruchströmen ( $I > 0,5$  mA) brennt der Durchbruch stabil. Der differentielle Widerstand  $R_D$  und das Rauschspannungsquadrat nehmen mit wachsendem Durchbruchstrom ab (Abb. 10). Es gilt:

$$\frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f} = 6,3 \cdot 10^{-16} (\text{V}^2 \text{ s}) \left( \frac{10 \text{ mA}}{I} \right) \quad \text{für } I \geq 1 \text{ mA.} \quad (33)$$

Die äquivalente Rauschtemperatur

$$T_{\text{aeq}} = \frac{\overline{u_r^2}}{\Delta f} \cdot \frac{1}{4 k R_D} \quad (5)$$

hingegen nimmt nur schwach ab mit wachsendem Durchbruchstrom.

Diese hohe Rauschtemperatur von einigen  $10^6$  °K kann aber nicht ausschließlich von den in der durchbrechenden Sperrschicht aufgeheizten Ladungsträgern herrühren. Beim Durchlaufen der Spannung über der Sperrschicht können nämlich in diesem Fall die Träger keine so hohe Energie gewinnen, wie die gemessene Rauschtemperatur vortäuscht. Es muß vielmehr angenommen werden, daß Schwankungen des Durchbruches bei Stoßionisation zum Rauschen beitragen.

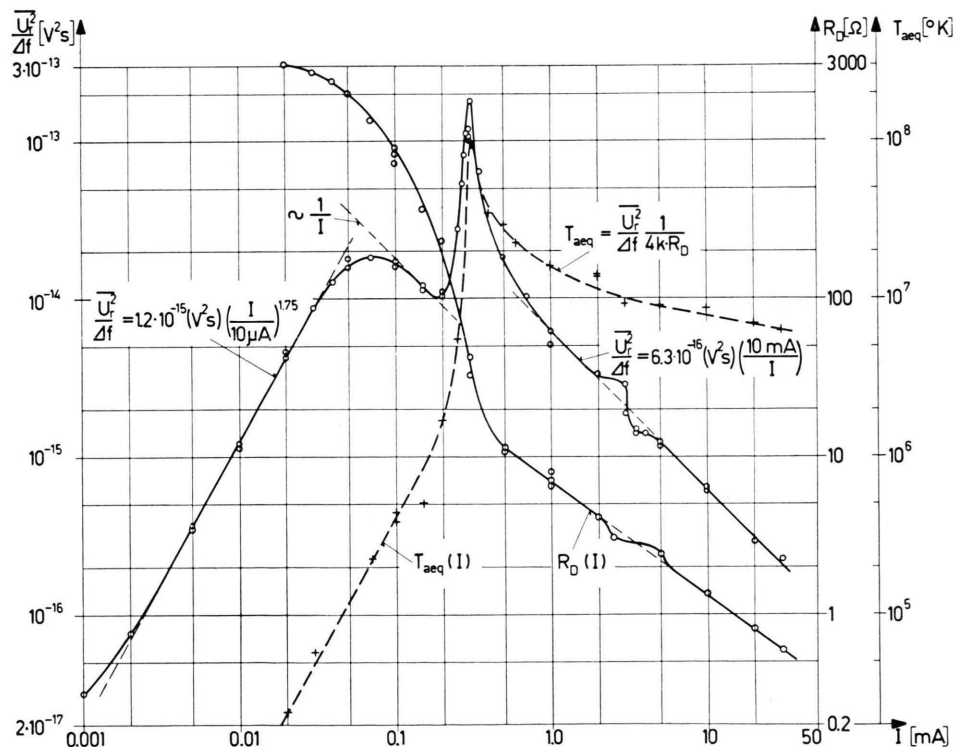


Abb. 10. Rauschspannungsquadrat  $\overline{u_r^2}/\Delta f$ , differentieller Widerstand  $R_D$  und äquivalente Rauschtemperatur  $T_{\text{aeq}}$  in Abhängigkeit vom Durchbruchstrom für eine ZENER-Diode BZZ 13 mit  $U_z = 7,3$  V. Meßtemperatur  $T = 22$  °C; Meßfrequenz  $f = 96,6$  kHz.

<sup>27</sup> T. TOKUJAMA, Solid-State Electron. 5, 161 [1962].